សេដ្ឋកិច្ចមាត្រសាស្ត្រ **“Econometrics”**

រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយបណ្ឌិត ង៉ាន់ ស៊ុនដេត

សាស្ត្រាចារ្យនៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទនីតិសាស្ត្រនិងវិទ្យាសាស្ត្រសេដ្ឋកិច្ច

ឯកសារពិគ្រោះ

- Jeffrey M. Wooldridge “Introductory Econometrics”, 2013, 6th ed, McGrow Hell.
- Jeffrey S. Zax “ Introductory Econometrics”, 2011, Stanford, California.
- Damodar N. Gujarati, Dawn C. Porter “Basic Econometrics”, 2009, 5th ed, McGraw-Hill, Singapor.
- Brigitte Tribout “ Statistiques pour économistes et gestionnaires”, 2nd ed, 2013, Pearson Edition, France.
- Régis Bourbonnais “ Économétrie”, 9th ed, 2015, Dunod, Paris, France.
- Virginie Delsart, Arnaud Rys, Nicolas Vaneecloo “Économétrie théorie et application ”, tome 3, 2009.

ឯកសារពិគ្រោះ (ត)

- Thomas R. Leighton “Introductory econometrics”, 1985, Longman Inc., New York.
- G. S. Maddala “Introduction to econometrics”, 3rd ed, 2005, India.
- Isabelle Cadoret- Cartherine Benjamin- Franck Martin- Nadine Herrard- Steven Tanguy “Économétire appliquée: méthodes- Applicationss- Corriggés”, 2009, 2nd ed, De Boeck. Bruxelles, Belgique.
- Guy- Patrick Mafouta- Bantsiba “Mathématiques pour l’économie”, 2005. , De Boeck. Bruxelles, Belgique.
- ង៉ាន់ ស៊ុនដេត« សេដ្ឋកិច្ចមាត្រសាស្ត្រ» ឆ្នាំ ២០១៣។

មាតិកាមេរៀន

០. រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
1. សិក្សាទំនាក់ទំនង
2. សេចក្តីផ្តើមជំរឿនងាយ
3. ជំរឿនងាយ(Simple Linear Regression)
4. ការធ្វើតេស្តមេគុណ
5. សមីការវ៉ារ្យង់(ANOVA)
6. គំរូច្រើនអថេរ(Multiple Linear Regression)
7. ការជ្រើសរើសយកគំរូប្រសើរបំផុត
8. អថេរចង្អុលបង្ហាញ DW
9. បំរែបំរួលសម្មតិកម្ម
10. គំរូមិនលីនេអ៊ែរ(Model non linear)
11. ចប់មេរៀនទី៦ ៖ ប្រឡងត្រួតពិនិត្យសមត្ថភាពពាក់កណ្តាលឆមាស
12. ការប្រើប្រាស់ឧបករណ៍វិភាគមានដូចជា Excel និង SPSS program។
13. ប្រមូលកិច្ចការស្រាវជ្រាវគ្រប់ក្រុមនៅសប្តាហ៍ទី១៧នៃម៉ោងសិក្សាក្នុងថ្នាក់។

កិច្ចការត្រូវអនុវត្តន៍ក្នុងពេលសិក្សាមុខវិជ្ជា សេដ្ឋកិច្ចមាត្រសាស្ត្រ

I. វិន័យ

i. មករៀនឲ្យបានទៀងទាត់

ii. រក្សាភាពស្ងៀមស្ងាត់ពេលកំពុងសិក្សា

iii. មានសំណួរត្រូវសួរភ្លាម

iv. អវត្តមានឥតច្បាប់ច្រើនជាង៦ដងឬមានច្បាប់និងអត់ច្បាប់៨ដងនៃចំនួនសរុបនៃការសិក្សា១៨សប្តាហ៍ត្រូវរៀនសង។

v. រក្សាអនាម័យ បរិស្ថានឲ្យស្អាតជានិច្ច។

II. ការទទួលបានពិន្ទុ

1) កិច្ចការស្រាវជ្រាវជាក្រុម(៦ក្រុម)លើប្រធានបទសេរីទទួលបាន ៤០%

2) ប្រឡងពាក់កណ្តាលឆមាស ២០%

3) ប្រឡងបញ្ចប់ឆមាសបាន ៤០%

4) សរុបពិន្ទុទាំងបីផ្នែក ១០០%

កំណត់សម្គាល់៖ ពិន្ទុសរុបក្រោម ៥០% ត្រូវប្រឡងសង។

កិច្ចការត្រូវអនុវត្តន៍ក្នុងពេលសិក្សាមុខវិជ្ជា សេដ្ឋកិច្ចមាត្រសាស្ត្រ

ប្រធានបទអាចស្រាវជ្រាវ ឬអាចបង្កើតផ្សេងពីនេះក៏បាន៖

1. គុណភាពនៃការបង្រៀននិងការស្រាវជ្រាវរវាងនិស្សិតនិងគ្រូ។
2. បរិស្ថាននិងឧបករណ៍សិក្សារបស់សាលា។
3. គុណភាពសេវាផ្សេងៗរបស់សាលា។
4. បញ្ហាប្រឈមរបស់និស្សិតធ្វើការផងរៀនផង។
5. ឥទ្ធិពល Social Media ចំពោះការសិក្សារបស់និស្សិត ឬសិស្ស។
6. ភាពក្រីក្រនិងការសិក្សាអប់រំ។
7. វិស័យកសិកម្មនិងការប្រើប្រាស់បច្ចេកវិទ្យា។
8. ការកែច្នៃផលិតផលកសិកម្មឲ្យទៅជាផលិតផលថ្មី។
9. បញ្ហាគុណភាពចណីអាហារដែលដាក់លក់តាមទីសាធារណ:។
10. តម្រូវការ និងការផ្គត់ផ្គង់ផលិតផលកសិកម្មនៅកម្ពុជា។

ទម្រង់នៃការសរសេរ

1. រៀបចំក្របសៀវភៅឲ្យបានស្អាតនិងមានដាក់ឈ្មោះសមាជិកក្រុមអ្នកស្រាវជ្រាវ និងឈ្មោះថ្នាក់។
2. សរសេរសេចក្តីផ្តើម ឬចំណាប់អារម្មណ៍ទាក់ទងប្រធានបទស្រាវជ្រាវ។
3. សរសេរពន្យល់របៀបប្រមូលទិន្នន័យ។
4. សរសេររំលឹកទ្រឹស្តីពាក់ព័ន្ធប្រធានបទ។
5. ពិពណ៌នានិងវិភាគទិន្នន័យដែលប្រមូលបាន។
6. សន្និដ្ឋានលទ្ធផលនៃការស្រាវជ្រាវ។

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- ការគណនាស្ថិតិមានសារៈសំខាន់ក្នុងដំណើរវិភាគទិន្នន័យរបស់សេដ្ឋកិច្ច។ តទៅនេះយើងរំលឹករូបមន្តមួយចំនួនដែលមានការប្រើប្រាស់ញឹកញាប់នៅក្នុងវិធីសាស្រ្តនៃការដោះស្រាយនិងពន្យល់គន្លឹះរូបមន្តផ្សេងៗ។

❑ ការគណនាផលបូក និងផលគុណ

- $\sum_{i=1}^{n} a = na,\ a = constant.$
- $\sum_{i=1}^{n} aX_i = a\sum_{i=1}^{n} X_i$ ករណីជាអថេរមិនអាចទេ $\sum_{i=1}^{n} aX_i \neq X_i \sum_{i=1}^{n} a.$
- An average: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- Weighted average: $\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i X_i}{n}, \;\; where \; \sum_{i=1}^{n} a_i = n.$
- The summation of a sum is the sum of the individual summations:

  $\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i$.
- The sum of the deviation from the everage is zero: $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0.$

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{X} = \frac{n \sum_{i=1}^{n} X_i}{n} - n\bar{X} = n\bar{X} - n\bar{X} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = n\bar{X} - n\bar{X} = 0.$$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\bar{X} = 0 \leftrightarrow \bar{X}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$.
- Calculate an expression: $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,X_i$.

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,X_i - \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\bar{X} = \sum_{i=1}^{n}[(X_i - \bar{X})X_i - (X_i - \bar{X})\bar{X}]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[(X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})] = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \geq 0$$

We demonstrates : $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,X_i = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$, us same demonstratates,

We received: $\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\,Y_i = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2$.

- $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\bar{y} = 0 \leftrightarrow \bar{y}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- Calculate an expression: $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,Y_i$.

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,Y_i - \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\bar{y} = \sum_{i=1}^{n}[(X_i - \bar{X})Y_i - (X_i - \bar{X})\bar{y}] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \Rightarrow \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,Y_i} = \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}$$

- Calculate an expression: $\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\,X_i$.

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\,X_i - \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\bar{X} = \sum_{i=1}^{n}[(Y_i - \bar{Y})X_i - (Y_i - \bar{Y})\bar{X}] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X}) \Rightarrow \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\,X_i} = \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}$$

Finaly : $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,Y_i} = \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})} = \boldsymbol{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})\,X_i}$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- $\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i)Z_i = \sum_{i=1}^{n} X_i Z_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i Z_i$.
- និយមន័យវ៉ារ្យង់

  មានសំណុំទិន្នន័យកំណត់ដោយៈ $\{X_i, i = 1,2,\dots,n\}$ ដែលជា n សេរីនៃចំនួនអង្កេតអថេរ X_i ។

  i. គម្លាតមធ្យមដាច់ខាត តាងដោយ *EAM* ដែល $EAM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|$

  ii. វ៉ារ្យង់កំណត់ដោយ σ^2 or $var(X)$ ដែល $\sigma^2 = var(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \bar{X}^2$.

  iii. គម្លាតគំរូ ឬគម្លាតស្តង់ដា កំណត់ដោយ σ ដែល $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$
- លក្ខណៈមិនលីនេអ៊ែររបស់វ៉ារ្យង់ (Non lineare Property of Variance)

  i. $var(X + b) = var(X)$

  ii. $var(aX) = a^2 var(X)$.

  iii. $var(aX + b) = a^2 var(X)$.

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

ស្រាយបញ្ជាក់

1) $\mathrm{var(X)} =$

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i^2-2X_i\bar{X}+\bar{X}^2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2-2\bar{X}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{X}^2$

$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2-2\bar{X}\,\bar{X}+\frac{1}{n}n\bar{X}^2 = \frac{1}{n}\ \sum_{i=1}^{n}X_i^2-2\bar{X}^2+\bar{X}^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}X_i^2-\bar{X}^2$

$$\Rightarrow var(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\bar{X}^2$$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

2) $var(aX) = a^2 var(X)$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(aX_i - a\bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a^2X_i^2 - 2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} aX_i a\bar{X} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a^2\bar{X}^2$$

$$= a^2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2a^2\bar{X}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + \frac{1}{n}na^2\bar{X}^2 = a^2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2a^2\bar{X}\bar{X} + a^2\bar{X}^2$$

$$= a^2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2a^2\bar{X}^2 + a^2\bar{X}^2 = a^2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - a^2\bar{X}^2 = a^2\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \bar{X}^2\right) = a^2 var(X).$$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

3) $var(aX+b) = a^2 var(X)$

យក $Y = aX_i + b \Rightarrow \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} aX_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b = a\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + \frac{1}{n}nb = a\bar{X} + b$

$\Rightarrow \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(aX_i + b - a\bar{X} - b)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(aX_i - a\bar{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a^2(X_i - \bar{X})^2 =$

$= a^2\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = a^2 var(X).$

ដូច្នេះ $\boldsymbol{var(aX+b) = a^2 var(X)}$

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- កូវ៉ារ្យង់(Covariance)

  we have $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ and $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}$ where X_i and Y_i $are\ series\ number\ for\ n\ observation.$

  $If\ X_i > \bar{X} \Rightarrow X_i - \bar{X} > 0\ \ (1)\ \ or\ \ X_i < \bar{X} \Rightarrow X_i - \bar{X} < 0\ \ (1')$

  $If\ Y_i > \bar{Y} \Rightarrow Y_i - \bar{Y} > 0\ \ \ (2)\ \ or\ Y_i < \bar{Y} \Rightarrow Y_i - \bar{Y} < 0\ \ (2')$

  If we multiplied (1)&(2) 0r (1′)&(2′), the product is positive $(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) > 0,$

  If we cross multiplied (1)&(2′) 0r (1′)&(2), the product is negative $(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) < 0,$

- បើបូកកន្សោមផលគុណនេះយើងបាន $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$ សញ្ញានៃកន្សោមផលបូកនេះគឺអាស្រ័យលើតួទាំងពីរ(អាចវិជ្ជមានទាំងពីរ អវិជ្ជមានទាំងពីរ ឬទាំងពីរមានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា)។ បើគណនាតម្លៃមធ្យមនៃកន្សោមផលបូកនេះហៅថា កូវ៉ារ្យង់ $cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1}$ ។

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- ការចែកកន្សោមផលបូកនឹងចំនួន $n-1$ យើងនឹងទទួលបានផលប៉ះពាល់របស់វាដោយមិនចាំបាច់បញ្ជាក់ និងអាចសន្សំសំចៃថាមពលរបស់យើងសម្រាប់ក្តីបារម្ភដែលមិនសំខាន់។ ចំនុចដែលយើងត្រូវសិក្សាជាបន្តទៀតគឺត្រូវចងចាំថា « តម្លៃរបស់ផលធៀបនេះ*ratio*» ហៅថា *កូវ៉ារ្យង់សំណាក (sample covariance)*»។
- ដូច្នេះការជំនួសតួចែកពី n ទៅ $n-1$ ក្នុងកន្សោមផលបូកកូវ៉ារ្យង់គឺវាមានការប្រែប្រួលតិចតួចដែរ ប៉ុន្តែអ្នកវិភាគស្ថិតិមិនយកចិត្តទុកដាក់ប៉ុន្មាននោះទេ ពីព្រោះតម្លៃផលធៀប «*ratio*» ហៅថា *កូវ៉ារ្យង់សំណាក* បង្ហាញពីនិន្នាការនៃការជាប់ពាក់ព័ន្ធរវាងអថេរ X និងY ។

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- សិក្សាឧទាហរណ៍ តារាងខាងក្រោមនេះជាទិន្នន័យអង្កេតចំនួនឆ្នាំសិក្សានិងចំណូលពាក់ព័ន្ធ។

Ob	Edu=Xi	Xi-meanX	Income=Yi	Yi-MeanY	(Xi-meanX)(Yi-MeanY)
1	0	-11.7	0	-28415	332455.5
2	0	-11.7	0	-28415	332455.5
3	8	-3.7	10,500	-17915	66285.5
4	10	-1.7	0	-28415	48305.5
5	11	-0.7	0	-28415	19890.5
6	11	-0.7	29,000	585	-409.5
7	11	-0.7	0	-28415	19890.5
8	12	0.3	50,000	21585	6475.5
9	12	0.3	3,800	-24615	-7384.5
10	12	0.3	0	-28415	-8524.5
11	12	0.3	12,500	-15915	-4774.5
12	13	1.3	27,500	-915	-1189.5
13	13	1.3	64,000	35585	46260.5
14	13	1.3	0	-28415	-36939.5
15	14	2.3	57,000	28585	65745.5
16	16	4.3	30,000	1585	6815.5
17	16	4.3	92,000	63585	273415.5
18	16	4.3	80,000	51585	221815.5
19	16	4.3	50,000	21585	92815.5
20	18	6.3	62,000	33585	211585.5
Sum=	**234**	**0**	**568,300**	**0**	**1,684,990**
Average=	**11.70**	0	**28,415**	0	**88,684**

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- បំណកស្រាយតារាង
    - ចំនួនឆ្នាំសិក្សាជាមធ្យមដែលបានរៀនចប់គឺ ១១,៧ឆ្នាំ
    - ចំណូលមធ្យមដែលទទួលបានពាក់ព័ន្ធនឹងឆ្នាំសិក្សា $២៨,៩១៥.00 មានន័យថា អ្នកដែលបានសិក្សាចប់ឆ្នាំសិក្សាជាមធ្យម១១,៧ឆ្នាំ អាចរកចំណូលបាន $២៨,៩១៥.00។
    - ចំនួនអង្កេត ២០, នៅក្នុងគំរូសំណាក $n-1$ ស្មើ ១៩, យើងបានផលធៀប *ratio* របស់កន្សោម *គំរូសំណាកកូវ៉ារ្យង់* ស្មើនឹង *88,684* ជាចំនួនវិជ្ជមាន មានន័យថា *ចំណូលរបស់បុគ្គលជាប់ពាក់ព័ន្ធជាវិជ្ជមានជាមួយចំនួនឆ្នាំនៃការសិក្សា* ។ អាចសន្និដ្ឋានបានថា *បើចំនួនឆ្នាំសិក្សាកើននាំឲ្យទទួលបានចំណូកកើន ។*
- **សម្គាល់៖** បើ $X_i = \bar{X} \Rightarrow X_i - \bar{X} = 0$ យើងបាន $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 0$ ។ ផលធៀប*ratio* គ្មានសញ្ញាច្បាស់លាស់ ឬតម្លៃលេខអាចបកស្រាយបាន។

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- និយមន័យកូវ៉ារ្យង់

  កូវ៉ារ្យង់របស់គូអថេរស្ថិតិ $(X_i, Y_i), i = 1,2, \dots, n$ ត្រូវបានកំណត់តាមរូបមន្ត

  $cov(X,Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$ ។

- លក្ខណៈកូវ៉ារ្យង់៖ $cov(X,Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \bar{X}\bar{Y}$ ។

  ស្រាយបញ្ជាក់

$$cov(X,Y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i Y_i - X_i\bar{Y} - \bar{X}Y_i + \bar{X}\bar{Y}) =$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \bar{Y}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \bar{X}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i + \bar{X}\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \bar{X}\bar{Y} - \bar{X}\bar{Y} + \bar{X}\bar{Y} =$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \bar{X}\bar{Y} = cov(X,Y)$$ ។

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- លក្ខណៈវ៉ារ្យង់(Property of variance)
  1) មានតម្លៃ X និង Y ណាមួយ យើងបាន៖
     - $var(X+Y) = var(X) + Var(Y) + 2cov(X,Y)$.
     - $var(X-Y) = var(X) + Var(Y) - 2cov(X,Y)$.
  2) បើតម្លៃ X និង Y ឯករាជ្យពីគ្នាយើងបាន៖
     - $var(X+Y) = var(X-Y) = var(X) + Var(Y)$.

រំលឹករូបមន្តស្ថិតិសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Statistics Formula

- ស្រាយបញ្ជាក់

1. មាន $var(X+Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}((X_i+Y_i)-(\bar{X}+\bar{Y}))^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(X_i-\bar{X})+(Y_i-\bar{Y})]^2=$

$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2+2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})=$

$\Rightarrow \boldsymbol{var(X+Y)=var(X)+var(Y)+2cov(X,Y).}$

2. មាន $var(X-Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}((X_i-Y_i)-(\bar{X}-\bar{Y}))^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(X_i-\bar{X})-(Y_i-\bar{Y})]^2=$

$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2-2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})=$

$\Rightarrow \boldsymbol{var(X-Y)=var(X)+var(Y)-2cov(X,Y).}$

3. ករណីតម្លៃ (X,Y)ឯករាជ្យពីគ្នានោះពុំមានចំនុចប្រសព្វណាមួយកើតមានទេនាំឲ្យ $\boldsymbol{cov(X,Y)=0}$ ដូច្នេះយើងទាញបានសេចក្តីសន្និដ្ឋានថា $\boldsymbol{var(X+Y)=var(X-Y)=var(X)+var(Y)}$ ។

រំលឹករូបមន្តគណិតវិទ្យាសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Mathematics Formula

- ម៉ាទ្រីសសំខាន់ៗមួយចំនួនដែលប្រើសម្រាប់ការគណនាផ្សេងៗក្នុងមេរៀនសេដ្ឋកិច្ចមាត្រសាស្ត្រ៖
  - ម៉ាទ្រីសចតុកោណកែង៖ $X_{(m;n)}, m \neq n;\ m = (line)$ជួរដេក$, n = (collumn)$ជួរឈរ
  - ម៉ាទ្រីសការ៉េ $X_{(n;n)}$, ជាម៉ាទ្រីសដែលមានចំនួន $line = collumn = n$
  - ម៉ាទ្រីសត្រង់ស្ប៉ូ (X')៖ មានម៉ាទ្រីស $X_{(m;n)}, m \neq n \Rightarrow$ ត្រង់ស្ប៉ូ $X'_{(n;m)}, n \neq m, n = line, m = collumn.$
  - ផលគុណពីរម៉ាទ្រីស៖ មានម៉ាទ្រីស $X_{(n;k)};\ X'_{(k;n)} \Rightarrow X'_{(k;n)} \times X_{(n;k)} = C_{(k;k)}.$
  - លក្ខណៈម៉ាទ្រីសត្រង់ស្ប៉ូ៖ $(A \times B)' = B' \times A'.$
  - មានម៉ាទ្រីសការ៉េ $X_{(n;n)}$ បើវាអាចមានចម្រាសគឺកំណត់ដោយ $X^{-1}_{(n;n)}$ ។ យើងបានលក្ខណៈរបស់ម៉ាទ្រីសច្រាស៖ $X_{(n;n)} \times X^{-1}_{(n;n)} = X^{-1}_{(n;n)} \times X_{(n;n)} = I_{(n;n)},\ where\ I\ is\ unitary\ matrix.$
  - លក្ខណៈរបស់ម៉ាទ្រីសឯកតា៖ $XI = IX = X.$

រំលឹករូបមន្តគណិតវិទ្យាសំខាន់ៗមួយចំនួន
Important Mathematics Formula

- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដែលមានចំនួនសមីការច្រើនជាងចំនួនអញ្ញាតិ៖

មានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1k}X_k = Y_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2k}X_k = Y_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots.. \\ \dots\dots\dots\dots\dots.. \\ a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \cdots + a_{nk}X_k = Y_n \end{cases}$ (១) ⇒សមីការម៉ាទ្រីស $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ & \dots \dots . & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix}$ (២)

យើងតាងម៉ាទ្រីស $A_{(n;k)} \Rightarrow Transposed\ A'_{(k,n)} \Rightarrow Producted\ A'_{(k;n)} \times A_{(n,k)} = C_{(k;k)}$

បើម៉ាទ្រីស $C_{(k;k)}$មានចម្រាសកំណត់ដោយ $C^{-1}_{(k;k)} = (A'A)^{-1} \neq 0$ ។ តាងម៉ាទ្រីស $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_k \end{bmatrix}$ និង Y= $\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix}$

$\Rightarrow AX = Y \rightarrow A'AX = A'Y \rightarrow (A'A)^{-1}(A'A)X = (A'A)^{-1}(A'Y) \Rightarrow IX = (A'A)^{-1}(A'Y) \Rightarrow \bar{X} = (A'A)^{-1}(A'Y)$

គឺជាចម្លើយរបស់សមីការម៉ាទ្រីស(២) និងជាឬសរបស់ប្រព័ន្ធសមីការ(១)ដែរ។

អ្នកដឹងទេ?ពេលវេលា
មិនរង់ចាំអ្នកទេ!!

បើអ្នកនៅតែថៃទាំ
ផ្ការបស់អ្នក
នៅតែស្រស់ស្អាត
កំដរអ្នកជានិច្ច!